

Prof. Dr. Alfred Toth

## Funktionen indexikalischer ontischer Abbildungen

1. Zur allgemeinen Objekttheorie (Ontik) vgl. Toth (2012-14). Logische Funktionen im Sinne von Abbildungen von (Elementen von) Domänen auf (Elemente) von Codomänen, wie sie v.a. in der quantitativen Mathematik verwendet werden, weisen ausschließlich die Form

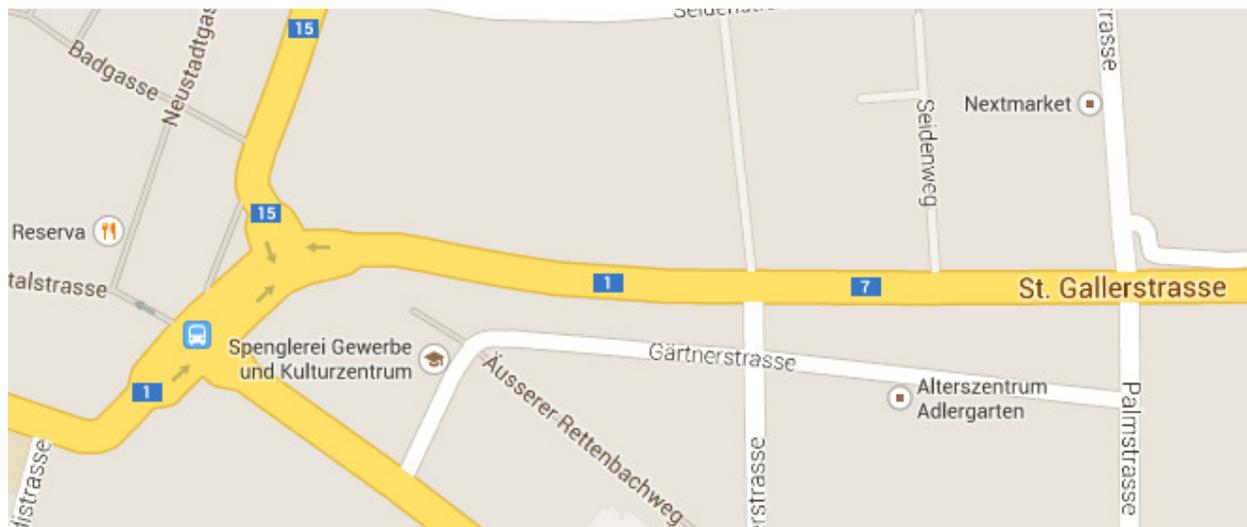
$$f: x \rightarrow y$$

auf (und zwar egal, ob es sich um injektive, surjektive oder bijektive Abbildungen) handelt. Entsprechend eindeutig ist die konverse Funktion

$$f^{-1}: x \leftarrow y.$$

2. Nun ist aus den bisherigen Arbeiten zur Ontik ersichtlich, daß deren mathematischen Beschreibbarkeit dort Halt macht, wo man auf nicht auf quantitative reduzierbare qualitative Objektinvarianten sowie weitere Objekteigenschaften stößt. Mit einem besonders krassen Fall hierfür haben wir es bei den im folgenden präsentierten nicht-klassisch-mathematischen Abbildungstypen zu tun.

### 2.1. Abbildungen direktionaler Ortsnamen auf Objekte



Anfang der St. Gallerstraße in 8400 Winterthur



Ende der St. Gallerstraße in 8355 Elgg

Wie man anhand der beiden Abbildungen erkennt, beginnt die Winterthurer St. Gallerstraße in Winterthur, endet aber nicht in St. Gallen, sondern an der zürcherisch-thurgauischen Grenze in Elgg. Weder gibt es eine Winterthurerstraße in Winterthur, noch gibt es eine St. Gallerstraße in St. Gallen. Da nach der Raumsemiotik (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) Straßen im Sinne objektaler Verbindungen semiotisch indexikalisch fungieren, sind sie als Abbildungen, d.h. als Funktionen definierbar. Nun entspricht aber der hier illustrierte Fall der Winterthurer St. Gallerstraße nicht etwa der klassischen Funktion  $f: x \rightarrow y$ , sondern einer Funktion der Form

$g: x \rightarrow U(y)$  mit  $y \notin U(y)$ .

Die zu  $g$  konverse Funktion ist entsprechend

$g^{-1}: y \rightarrow U(x)$  mit  $x \notin U(x)$ .

Der qualitative Beitrag der Ontik zur quantitativen Funktion der Mathematik besteht also darin, daß nicht nur die Elemente der Domänen bzw. Codomänen der Abbildungen, sondern auch deren Umgebungen, die sie gerade *nicht* enthalten, funktional relevant sind.

## 2.2. Direktionale Objekte

Beispiele für solche sind die nach Bense/Walther (1973, S. 70 f.) als semiotische Objekte, genauer als Zeichenobjekte fungierenden Wegweiser. In diesem Fall benötigt man den vollständigen semiotischen Objektbezug zu ihrer ontischen Klassifizierung.

### 2.2.1. Iconische Zeichenobjekte



8051 Zürich

Die beiden im obigen Bild sichtbaren Wegweiser weisen nicht nur in die Richtungen der beiden Straßen als ihren Referenzobjekten, sondern sie befinden sich selbst in diesen (genauer: in ihrer Schnittmenge). Die diesem iconischen Typ zugehörige Funktion hat folglich die Form

$h: N(x) \rightarrow N(y)$  mit  $x \in N(x)$  und  $y \in N(y)$

mit ihrer zugehörigen Konversen

$h^{-1}: N(y) \rightarrow N(x)$ .

Im Gegensatz zur Umgebung eines Elementes, das dieses nicht enthält, enthält die Nachbarbaschaft ( $N$ ) eines Elementes dieses. (Darin liegt übrigens der

tiefste Grund, weshalb die Zeichenobjekte im obigen Bild nur semiotisch, nicht jedoch objekta! direktional sind, d.h. nicht real als Pfeile realisiert sind.)

## 2.2. Indexikalische Zeichenobjekte



9000 St. Gallen (Photo: Gil Huber, St. Gallen)

Im Gegensatz zu den Straßenschildern als Wegweiser sind die ebenfalls als Wegweiser dienenden Schilder im obigen Bild keine Elemente der Nachbarschaften ihrer Referenzobjekte. (D.h., das obige Schild befindet sich auf der Rosenbergseite des St. Galler Hauptbahnhofs, also weder in Rotmonten, noch im Stadtzentrum oder bei den Spitälern, geschweige denn in Rorschach, Trogen oder Wittenbach.) Funktional liegt hier also der Fall

$i: U(x) \rightarrow U(y)$  mit  $x \notin U(x)$  und  $y \notin U(y)$

mit ihrer zugehörigen Konversen

$i^{-1}: U(y) \rightarrow U(x)$

vor.

### 2.3. Symbolische Zeichenobjekte



Für Wegweiser-Schilder wie diejenigen im vorstehenden Bild sichtbaren gilt, informell gesprochen, daß sie weder zu nahe noch zu weit von ihren Referenzobjekten entfernt sein sollten. (Wie weit die jeweiligen Entfernungen im gegebenen Fall sind, ist aus den Wanderzeiten ungefähr auszurechnen.) Solche Zeichenobjekte sind also symbolische Abbildungen, da die Relation zu den von ihren Zeichenanteilen bezeichneten Referenzobjekten weitgehend arbiträr ist. (Diese Arbitrarität ist allerdings nicht mit Willkür zu verwechseln: Ein direkt vor den Toren von Rom angebrachter Wegweiser mit der Angabe "Rom, 10 Sekunden" wäre genauso sinnlos wie ein in Rom angebrachter Wegweiser, der über tausende von Kilometern nach Hamburg weist.) Wie man erahnen mag, unterscheidet sich der symbolische Typ also vom indexikalischen einzig und allein dadurch, wie weit der Begriff der Umgebung eines Systems bzw. Objektes zu fassen ist, d.h. er unterscheidet sich nicht semiotisch, sondern nur ontisch und somit systemtheoretisch. Dementsprechend weisen beide, d.h. der indexikalische und der symbolische Abbildungstyp dieselbe Form der Funktion, d.h.  $i: U(x) \rightarrow U(y)$  mit  $x \notin U(x)$  und  $y \notin U(y)$ , auf. Daraus dürfte sich in Übereinstimmung mit früheren Ergebnissen von Arbeiten zur Ontik der weitere Schluß ziehen lassen, daß die Ebene der Objekte, d.h. die Ontik, tiefer liegt als diejenige der (die Objekte bezeichnenden) Zeichen, d.h. der Semiotik.

## Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013

Toth, Alfred, Objektstellung I-XXXVI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Systemstrukturen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Ontische Raumfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie ontischer Konnexen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

7.8.2014